

Modelo “Rough Sets” y su aplicación en la Ingeniería Kansei

Héctor René Álvarez Laverde (PhD)

Apsoluti

info@apsoluti.com

www.ingenieria-kansei.com

Barcelona, Spain
03-2009

El modelo “Rough Sets” y su aplicación a la Ingeniería Kansei

Héctor René Álvarez Laverde
Apsoluti Spain (Barcelona)
info@apsoluti.com

Introducción

La etapa de análisis de los estudios de Ingeniería Kansei permite relacionar el espacio semántico (Kansei) con el espacio de propiedades. Tradicionalmente se ha desarrollado esta etapa, empleando modelos estadísticos, como “Regresión QT1”, regresión logística, o ANOVA (Álvarez 2006). Estas metodologías de estimación están condicionadas al cumplimiento de supuestos estadísticos, que no en todos los casos se pueden cumplir. Además, como lo plantea Nagamachi (2006), algunos Kansei tienen características lineales, pero otros tienen características no lineales; por ejemplo, un Kansei como “Estilizado” se incrementa linealmente con la propiedad longitud de diseño, pero al evaluar el Kansei “Bello” muestra un comportamiento no lineal al incrementar la longitud. Si el Kansei posee esta característica no lineal, no sería correcto aplicar el análisis estadístico clásico. Nagamachi sugiere que para no involucrar el efecto de la linealidad y algunos supuestos estadísticos como la normalidad, se puede aplicar la metodología Rough Sets (conjuntos aproximados). Esta consiste en buscar las aproximaciones superior e inferior basada en las reglas de decisión de los datos “Rough Kansei”. Otras de las razones, para justificar el uso de la metodología Rough Sets es que prescinde del supuesto de ortogonalidad y balanceo de “unos” y “ceros” de la matriz de propiedades (Álvarez, 2009).

Especialmente en Japón, se está utilizando ampliamente esta metodología. La revista *Kansei Engineering International* publicada por la *Japan Society of Kansei Engineering*, desde el 2006 reporta aplicaciones y desarrollos denominados *Rough Sets Kansei*.

Este informe de investigación hace una descripción general de la metodología Rough Sets y su aplicación en la Ingeniería Kansei; también presenta un ejemplo con los procedimientos de aplicación.

Fundamentos de la Teoría Rough Set - RS

La teoría Rough Set (Conjuntos aproximados) ha tenido un gran desarrollo y aplicación en diferentes campos del conocimiento. Esta teoría fue desarrollada a mediados de los años ochenta por el científico Polaco Zdzisław Pawlak. La teoría Rough Set fue desarrollada en un ámbito de inteligencia artificial para analizar datos donde existe alta ambigüedad, permitiendo su clasificación y toma de decisiones más racional. El propósito principal de la teoría RS es la transformación de datos en conocimiento, es decir, se trata de extraer información útil de las bases de datos (Greco et al. 2001; Pawlak 1982 y 1991).

La teoría Rough Set permite establecer una metodología para la extracción de patrones dentro de un conjunto de datos y está basada en los conceptos de “discernibilidad y aproximación”. *Discernir* significa “conseguir distinguir una cosa de otra, por medio de los sentidos o de la razonamiento humano”, lo que busca es encontrar todos aquellos objetos que producen distinto tipo de

información, es decir, aquellos objetos que son “discernibles” (Pawlak y Slowiński, 1994). *Aproximación* se refiere a la existencia de vaguedad, imprecisión en la información de un conjunto de objetos, se puede conseguir una mayor información cuando se utiliza conjuntos aproximados. A partir de estos conceptos se construye toda la estructura matemática del Rough Set (Pawlak y Skowron, 2007).

La teoría Rough Set se ha ampliado y robustecido para una mayor y mejor aplicación. El modelo original de Pawlak llamado *Modelo Rough Set Original* (RSO) provee una estructura determinística a la vaguedad e imprecisión, donde se definen reglas para discriminación de los objetos en términos de propiedades específicas de los mismos y que afectan a una o más variables de decisión. Ślęzak y Ziarko (2003) ha ampliado el modelo básico de Pawlak, donde se incluyendo información a priori e parámetros probabilísticos, a este modelo se le llamo *Variable de Precisión Bayesiana Rough Set* (VPBRS). Este modelo tiene una mayor capacidad discriminatoria de clasificación y extracción de reglas de decisión. Los investigadores Japoneses M. Nagamachi y T. Nishino de la Universidad de Internacional de Hiroshima y el Dr. Mori de la Universidad Hokkaido son los que han desarrollado la metodología de su aplicación en entornos de Ingeniería Kansei.

Modelo Rough Set Original (RSO)

Para la descripción del modelo RS original, se considera que todo objeto (producto) se le puede asociar algún tipo de información basado en sus atributos/características, entonces es posible representar estos atributos por medio de una *tabla de información*. En la tabla de información las filas representan los objetos y las columnas los atributos. En cada celda de la tabla van los valores de cada objeto para cada atributo.

Sistema de Información

La extracción de conocimiento es un proceso que tiene como referencia un sistema de información. Un *sistema de información* está compuesto por una cuádrupla $S = \langle U, A, V, f \rangle$, donde: U el *universo cerrado* es un conjunto finito de N objetos $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$; A es un conjunto no vacío de r atributos $\{a_1, a_2, \dots, a_r\}$ que describe los objetos; $V = \cup_{a \in A} V_a$ donde V_a es el *dominio* del atributo a ; y $f: U \times A \rightarrow V$ es la *función de decisión total* llamada *la función de información* tal que $f(x, a) \in V_a$ para todo $a \in A$ y $x \in U$.

Cualquier pareja (a, v) con $a \in A$ y $v \in V$ es llamado un *descriptor* en sistema de información S . El sistema de información puede ser representado por una tabla de información.

Relación de indiscernibilidad

En un sistema de información para cada subconjunto de atributos del universo se puede definir una relación binaria que se denomina *relación de indiscernibilidad*. Sea $S = \langle U, A, V, f \rangle$ un sistema de información, y sean $B \subseteq A$ un subconjunto de atributos y los objetos $x, y \in U$, entonces x e y se les dice *indiscernibles* para el conjunto de atributos B si y solo si $f(x, a) = f(y, a)$ para todo $a \in B$. La relación de indiscernibilidad en B se nota como $IND(B)$.

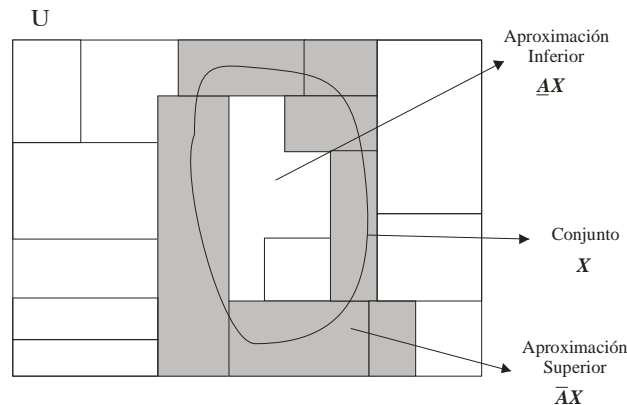


Figura 1: Conjuntos aproximados

Formalmente la relación de indiscernibilidad se define como:

$$IND(B) = \{(x,y) \in U \times U : \text{para todo } a \in B, f(x,a) = f(y,a)\}$$

Para cada pareja de objetos \$(x,y)\$ que pertenece a la relación \$IND(B)\$, \$((x,y) \in IND(B))\$, a los objetos \$x\$ e \$y\$ se dicen que son *indiscernibles* con respecto a \$B\$. En otras palabras, se puede distinguir los objetos \$x\$ e \$y\$ en términos de los atributos del conjunto \$B\$ únicamente. La relación de indiscernibilidad \$IND(B)\$ separa el universo \$U\$ en una familia de clases de equivalencia \$\{X_1, X_2, \dots, X_r\}\$. La familia de clases de equivalencia \$\{X_1, X_2, \dots, X_r\}\$ definida mediante la relación \$IND(B)\$ en \$U\$, genera una *partición* de \$U\$ y es notada como \$B^*\$. La familia de clases de equivalencia \$B^*\$, es también referida como la clasificación y también es notada como \$U/IND(B)\$.

Los objetos que pertenecen a la misma clase de equivalencia \$X_i\$ son indiscernibles, si están en distinta clase los objetos son discernibles con respecto al subconjunto de atributos \$B\$. Las clases de equivalencia \$X_i, i=1, 2, \dots, r\$ de la relación \$IND(B)\$ son llamados los *subconjuntos elementales* en el sistema de información \$S\$. Un conjunto elemental de \$B\$ se nota como \$[x]_B\$ y está definido así: \$[x]_B = \{y \in U : xIND(B)y\}\$. Un par ordenado \$AS=(U, IND(B))\$ es llamado un *espacio de aproximación*. Cualquier unión de conjuntos elementales en \$AS\$ es llamado un *conjunto compuesto* en \$S\$.

Tablas de decisión

Algunos sistemas de información pueden ser designados como *tablas de decisión*. El conjunto de atributos \$A\$ se divide en dos subconjuntos disjuntos \$A=C \cup D\$, donde \$C\$ es el *conjunto de atributos condicionales* y \$D\$ es *conjunto de atributos de decisión* con \$C \cap D = \emptyset\$.

Del sistema de información \$S\$, se puede considerar una tabla de decisión denotada como \$DT=\langle U, C \cup D, V, f \rangle\$, donde: \$C\$ es un conjunto de *atributos condicionales*; \$D\$ es un conjunto de *atributos de decisión*; \$V = \cup_{a \in C \cup D} V_a\$ con \$V_a\$ el conjunto de *dominio* del atributo \$a \in A\$; y \$f: U \times (C \cup D) \to V\$ es la *función de decisión total* llamada *la función de información* tal que \$f(x,a) \in V_a\$ para todo \$a \in A\$ y \$x \in U\$.

Una tabla de decisión es notada por \$(U, C \cup D)\$ o por \$DT_C\$ donde \$C\$ nota el conjunto de atributos condicionales. El conjunto \$D\$ en general puede contener muchos atributos de decisión, sin embargo, de cara a la aplicación a la Ingeniería Kansei este conjunto contiene un atributo de decisión denotando como un número dado de clases de categorías \$c \in \{c_1, c_2, \dots, c_l\}\$.

Una tabla de decisión es llamada *determinista* si cada valor de los atributos de decisión de los objetos es especificado en forma única por los atributos condicionales de un objeto en particular. Una tabla de decisión es llamada *no-determinista* si un número de valores de atributos de decisión pueden ser tomados por atributos condicionales dados, en general las tablas de decisión generadas en un estudio Kansei es no-deterministas debido a que las valoraciones son obtenidas de un conjunto de consumidores que dan valoraciones Kansei con algún grado de incertidumbre generando sistemas de información imprecisos.

Espacio de aproximación

Algunos subconjuntos de objetos en un sistema de información no pueden ser distinguidos en términos de los atributos disponibles. Ellos pueden ser definidos en forma aproximada. La idea de Rough Sets consiste de la aproximación de un conjunto mediante un par de conjuntos, llamados **aproximación inferior y superior** de este conjunto, como se muestra en la figura 1.

Más formalmente considere un sistema de información $S = \langle U, A, V, f \rangle$. Un subconjunto dado de atributos $B \subseteq A$ determina el espacio de aproximación $AS = (U, IND(B))$ en S . La *aproximación B-inferior* $\underline{B}X$ del conjunto X y la *aproximación B-superior* $\overline{B}X$ del conjunto X son definidos como:

$$\underline{B}X = \{x \in U : [x]_B \subseteq X\} = \bigcup \{Y \in B^* : Y \subseteq X\}$$

$$\overline{B}X = \{x \in U : [x]_B \cap X \neq \emptyset\} = \bigcup \{Y \in B^* : Y \cap X \neq \emptyset\}$$

La aproximación inferior $\underline{B}X$ de un conjunto X es la unión de todos aquellos conjuntos elementales, cada uno de los cuales está contenido por X . Para cada $x \in \underline{B}X$, se tiene **que x pertenece a X con certeza**. En otras palabras, la aproximación inferior $\underline{B}X$ de X contiene todos los objetos que, basado en el conocimiento de atributos B , puede ser clasificado con certeza que pertenece al concepto X (basado en el conocimiento de B). La aproximación superior $\overline{B}X$ del conjunto X es la unión de aquellos conjuntos elementales cada uno de los cuales tienen una intersección no-vacía con X . Para cada $x \in \overline{B}X$, se puede afirmar únicamente **que x posiblemente puede pertenecer a X** . En otras palabras, la aproximación superior del conjunto X contiene todos los objetos que basados en el conocimiento de atributos B no pueden ser clasificados como no pertenecientes al concepto X (basado en el conocimiento de B). La *región B-frontera* del conjunto $X \subseteq U$ es definida como $BND_B = \overline{B}X - \underline{B}X$ y corresponde a la región de duda.

Considerando las anteriores definiciones de aproximaciones inferior, superior y de frontera se puede dividir el conjunto U en tres regiones como sigue:

1. $\underline{B}X$: La *región B-positiva* $POS_B(X)$ de X en S .
2. $\overline{B}X - \underline{B}X$: La *región B-frontera* $BND_B(X)$ de X en S .
3. $U - \overline{B}X$: La *región B-negativa* $NEG_B(X)$ de X en S .

El modelo RS original incluye otros conceptos que complementan y facilitan la extracción de información, tales como los reductos o las medidas de desempeño del modelo, ellos no se van a tratar aquí. A partir de de los conceptos de conjuntos aproximados y de las regiones de aproximación se

describen los modelos probabilísticos. El objetivo final de los modelos Rough Sets es la obtención de reglas de decisión, para establecer la relación entre el espacio de propiedades y la valoración Kansei, definidas en términos de las propiedades de los objetos (región positiva).

Modelo de Variable de Precisión Bayesiana Rough Sets (VPBRs)

El modelo RS original supone que los atributos generan tablas de decisión determinística, pero en el caso de las aplicaciones de Ingeniería Kansei los atributos de decisión son obtenidos de las valoraciones Kansei de cada producto, estas valoraciones dependen de la muestra de consumidores considerados dentro del estudio, de su comportamiento conductual y de su experiencia emocional, por tanto los estudios Kansei generan tablas de decisión no-determinística, con una estructura probabilística.

Estructura Probabilística

Pawlak (1999) y Ślęzak (2005) hacen un tratamiento formal de la estructura probabilística de los Rough Sets, se darán las definiciones básicas para el estudio del enfoque probabilístico. Para un sistema de información en el universo U de objetos, se puede asumir la existencia de una función de probabilidades a priori $P(X)$, para cualquier subconjunto (evento) $X \subseteq U$. Se asume que todos los subconjuntos bajo consideración ocurren con algún grado de incertidumbre y no en forma determinística, esto es $0 \leq P(X) \leq 1$. Si existe una relación de equivalencia en U con un número finito de clases de equivalencia (conjuntos elementales) $E \subseteq U$, se puede considerar que $P(E) \geq 0$. Los valores de las probabilidades a priori y condicional son estimados a partir de una muestra usando la función de cardinalidad:

$$P(X/E) = \frac{\text{card}(X \cap E)}{\text{card}(E)} \quad \text{y} \quad P(X) = \frac{\text{card}(X)}{\text{card}(U)}$$

Se puede expresar las regiones positiva, negativa y de frontera en términos probabilísticos, de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} POS(X) &= \bigcup \{E: P(X|E) = 1\} & NEG(X) &= \bigcup \{E: P(X|E) = 0\} \\ BND(X) &= \bigcup \{E: P(X|E) \in (0,1)\} \end{aligned}$$

Las regiones anteriores corresponden a las áreas del universo donde la ocurrencia de X es: cierta, no posible, y posible pero no cierta (incierto).

Producto (E)	Evento (U)	a_1	a_r	Valoración (d)
E_1	x_{11}	0		1	1
	x_{1j}	0	1	1
	x_{1n}	0		1	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
E_i	x_{i1}	1		0	0
	x_{ij}	1	0	1
	x_{in}	1		0	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
E_m	x_{m1}	0		0	1
	x_{mj}	0	0	2
	x_{mn}	0		0	0

Tabla 9: Tabla de información de un estudio Kansei

Modelo de Variables de Precisión Bayesiana Rough Set (VPBRs)

El modelo de Variables de Precisión Bayesiana Rough Sets (VPBRs) que se utiliza es el desarrollado por Ziarko (1993) donde las diferencias entre las probabilidades $P(X|E)$ y $P(X)$ son medidas con respecto a $\varepsilon \in [0,1)$ la significancia del umbral . Las regiones positiva, negativa y de frontera VPBRs están definidas como:

$$POS^\varepsilon(X) = \bigcup \{E : P(X/E) \geq 1 - \varepsilon(1 - P(X))\} ; \quad NEG^\varepsilon(X) = \bigcup \{E : P(X/E) \leq \varepsilon P(X)\}$$

$$BND^\varepsilon(X) = \bigcup \{E : P(X/E) \in (\varepsilon P(X), 1 - \varepsilon(1 - P(X)))\}$$

Las regiones $POS^\varepsilon(X)$, $NEG^\varepsilon(X)$ y $BND^\varepsilon(X)$ son importantes dentro de la teoría rough sets porque ellas permiten discriminar y establecer las reglas de decisión.

El modelo VPBRs aplicado a la Ingeniería Kansei es propuesto por Nishino, Nagamachi y Tanaka (2006) y que ha sido aplicado en varios estudios Kansei [Nagamachi (2007); Nishino et al (2001; 2003; 2006 a y 2006 d) y que se van a usar en el ejemplo de aplicación.

Para la descripción del modelo se hacen las siguientes consideraciones. Si se evalúan m productos (estímulos), donde participan n evaluadores (consumidores), entonces se tienen $N=n \times m$ valoraciones, que determinan los eventos del universo U , así $U = \{x_{11}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{mn}\}$, El conjunto de atributos $A = \{a_1, \dots, a_k, \dots, a_r\}$ para r atributos condicionales, $U/E = \{E_1, \dots, E_i, \dots, E_m\}$ para los m productos, y $D = \{D_1, \dots, D_s, \dots, D_p\}$ para p clases de decisión donde $D_s = \{x | d(x) = s\}$. Cualquier atributo condicional a_k está relacionado donde la función $a_k(x) = v_k$ y tiene un conjunto de valores

V_{ak} . Un atributo de decisión d es función $d(x) = v_k$ y tiene V_d . La tabla de información se muestra en la Tabla 1.

Estos datos de valoración Kansei incluyen dos aspectos importantes probabilísticos. Uno es la probabilidad de decisión dependiente de los atributos condicionales de productos y el otro es la probabilidad a priori de las clases de decisión. Otro aspecto importante de este modelo es que considera todas las valoraciones hechas por los consumidores y no la valoración “promedio” o la valoración más frecuente.

De acuerdo a la versión parametrizada del modelo Rough Sets Bayesiana (BRS) [Nagamachi et al, 2006b y c], se considera la diferencia entre las probabilidades $P(D_j)$ y $P(D_j|E_i)$ como una clase de ganancia de información en el caso que $P(D_j|E_i) > P(D_j)$. Se define la ganancia de información como:

$$g(i, j) = \begin{cases} 1 - \frac{P(D_j)}{P(D_j|E_i)} & \text{si } P(D_j|E_i) \neq 0 \\ 0 & \text{si } P(D_j|E_i) = 0 \end{cases}$$

Una probabilidad condicional mayor comparada con la probabilidad a priori significa la obtención de una mayor ganancia de información. Por lo tanto la ganancia de información es capaz de evaluar la influencia del conjunto de atributos condicionales en la clase de decisión relativa a su probabilidad a priori, este enfoque está basado en el hecho de que la ganancia de información es aplicable a la evaluación Kansei con diferentes probabilidades a priori.

La región positiva usando la ganancia de información con el parámetro β se define como:

$$\begin{aligned} POS^\beta(D_j) &= \bigcup \{E_i : g(i, j) > \beta\} \\ &= \bigcup \left\{ E_i : P(D_j|E_i) > \frac{P(D_j)}{1 - \beta} \right\} \end{aligned}$$

Significa que la región E_i debe pertenecer posiblemente a D_j . Es importante notar que $0 \leq \beta \leq 1 - P(D_j)$. En otras palabras, β debe ser menor que el residual de la probabilidad a priori $P(D_j)$. El coeficiente $1/(1 - \beta)$ esta relacionada con el parámetro con que se mira la fuerza de la evidencia $\{E_i\}$ dada por la decisión D_j .

Se considera que la región $NEG^\beta(D_j)$ está definida bajo la condición $P(D_j/E_i) \leq P(D_j)$ y que $0 \leq \beta \leq P(D_j)$.

$$NEG^\beta(D_j) = \bigcup \left\{ E_i : P(D_j|E_i) < \frac{P(D_j) - \beta}{1 - \beta} \right\}$$

Por lo tanto $0 \leq \frac{P(D_j) - \beta}{1 - \beta} \leq P(D_j) \leq \frac{P(D_j)}{1 - \beta}$. De esta forma se puede definir la siguiente región frontera:

$$BND^{\beta}(D_j) = \bigcup \left\{ E_i \mid P(D_j|E_i) \in \left[\frac{P(D_j) - \beta}{1 - \beta}, \frac{P(D_j)}{1 - \beta} \right] \right\}$$

Cuando el valor de β se incrementa por encima de $\min\{1 - P(D_j), P(D_j)\}$, las regiones positiva y negativa decrecen, y la región de frontera se incrementa. Aun más, cuando el valor de β se incrementa, la información asociada con E_i es fuertemente relevante a D_j . Se nota que β es similar a $1 - \epsilon$ en [Slezak y Ziarko 2003].

Estas regiones cumplen la siguiente relación:

$$U = POS^{\beta}(D_j) \cup NEG^{\beta}(D_j) \cup BND^{\beta}(D_j)$$

Se disponen de reglas de decisión con diferentes certezas mediante el cambio del valor de β . Hay que notar la existencia de particiones ortogonales con respecto a las clases de decisión $D = \{D_1, D_2, \dots, D_r\}$.

Método de Extracción de las Reglas de Decisión de las regiones aproximadas

La gran mayoría de las aplicaciones que tiene la teoría Rough Sets están fundamentadas en la toma de decisiones, por tanto una de las partes más importantes de su aplicación es la generación o extracción de reglas de decisión. Específicamente en la ingeniería Kansei, la extracción de reglas de decisión esta asociada a la combinación de categorías que debe tomar cada propiedad del producto que permita obtener la máxima valoración.

Slowinski y Stefanowski (1989) establecen que dada una tabla de información $S = \langle U, A, V, f \rangle$, donde $A = C \cup D$, se puede definir una tabla de decisión $DT = \langle U, C \cup D, V, f \rangle$ donde C es un conjunto de *atributos condicionales*; D es un conjunto de *atributos de decisión*. Sea $U / IND(C)$ la familia de clases de equivalencia definida por el conjunto de atributos C y designados por X_i con $i = 1, \dots, m$, y sea también $U / IND(D)$ la familia de clases de equivalencia definida por el conjunto de atributos D y designados por Y_j con $j = 1, \dots, n$ y llamados clases de decisión.

Se quiere establecer una relación de dependencia entre los atributos de condición y decisión, así una tabla de decisión puede ser vista como un conjunto de *reglas de decisión*. Existen sentencias (implicaciones) lógicas del tipo “*if... then ...*”, donde el antecedente (parte condicional) especifica valores asumidos por uno o mas atributos de condición y la consecuente (parte de decisión) especifica una asignación a uno o más clases de decisión.

Según Pawlak y Solowinski (1994), existen diferentes procedimientos que permiten derivar reglas de decisión, sin embargo, los algoritmos existentes usan algunas de las siguientes estrategias:

- Generación de un conjunto mínimo de reglas, cubriendo todos los objetos de una tabla de decisión.
- Generación de un conjunto exhaustivo de reglas, buscando obtener todas las posibles reglas de una tabla de decisión.
- Generación de un conjunto “robusto” de reglas, que eventualmente podría ser discriminante, pero cubriendo a muchos objetos de la tabla de decisión, es decir, no se llega a cubrir necesariamente a todos los objetos.

Usaremos el método descrito por Nishino et al. (2006) para la extracción simple de reglas de decisión probabilísticas que es realizado en dos etapas, que fue propuesto por Ziarko y Xiao (2004). No incluimos la descripción del método, se puede consultar a Nishino et al. (2006)

En el contexto de la aplicación de Ingeniería Kansei, se proponen tres índices de evaluación de reglas de decisión usando las valoraciones de los productos $|E_i|$ y los efectos de los productos en la decisión $P(D_j|E_j)$. Las reglas extraídas pueden ser representadas en la forma de IF Φ THEN Ψ . Para efectos prácticos se usa la siguiente notación IF $cond_k$ THEN D_j con $k=1, \dots, m$.

El **índice de certidumbre** notado como $CER = cer(cond_k; D_j)$ es la razón entre el número de eventos que satisfacen la regla IF – THEN con respecto al número de eventos que satisfacen la parte condicional $cond_k$ de la regla:

$$cer(Cond_k; D_j) = \frac{|Cond_k \cap D_j|}{|Cond_k|} = \frac{\sum_{E_i \in Cond_k} |E_i| P(D_j / E_j)}{\sum_{E_i \in Cond_k} |E_i|}$$

Donde $|Cond_k \cap D_j|$ se refiere al número de eventos que cumplen la $cond_k$ y $d=j$ que son iguales a la $\sum_{E_i \in Cond_k} |E_i| P(D_j / E_j)$ y $|Cond_k|$ es el número de eventos que cumplen la $cond_k$ y que equivalen a $\sum_{E_i \in Cond_k} |E_i|$. El *índice de certidumbre* muestra el grado de certeza para los cuales las $cond_k \rightarrow D_j$ se cumplen. Para la presente aplicación, se puede usar este factor como el grado de confianza de la decisión para predecir la valoración Kansei a partir de los elementos de diseño de producto.

El **índice precisión o cobertura** notado como $PREC = cov(Cond_k, D_j)$ es la razón entre es la razón entre el número de eventos que satisfacen la regla de decisión con respecto al número de eventos que satisfacen a D_k . y esta definido como:

$$cer(Cond_k; D_j) = \frac{\sum_{E_i \in Cond_k} |E_i| P(D_j | E_j)}{|D_j|}$$

Este índice mide el grado de precisión de la aproximación.

El **índice de calidad o de fuerza** notado como $CAL = \sigma(Cond_k, D_j)$, es la razón entre el número de eventos que satisfacen la regla de decisión con respecto al numero total de eventos y esta definido como:

$$\sigma(Cond_k; D_j) = \frac{\sum_{E_i \in Cond_k} |E_i| P(D_j | E_j)}{|U|}$$

Ejemplo de aplicación del Rough Sets a la Ingeniería Kansei

Con este ejemplo se muestra como se aplica la teoría rough sets a un estudio de Ingeniería Kansei. Se quiere evaluar que propiedades de las alfombrillas en coches, apoyan significativamente los Kansei. Esta investigación ha sido desarrollada por Nagamachi et als (2007) para alfombrillas de coches Japoneses, el presente análisis se seleccionaron alfombrillas del mercado de coches en Colombia y con ellos, se llevo a cabo un estudio con el objetivo aplicar didácticamente los RS a la Ingeniería Kansei. Como es una aplicación didáctica el estudio se desarrollo con una muestra de 7 individuos.


ESTIMULOS		COLOR		TEXTURA		FORMA	
		Oscuro	Claro	Media	Suave	Irregular	Geométrica
E1		1	0	1	0	1	0
E2		0	1	1	0	1	0
E3		1	0	0	1	1	0
E4		0	1	0	1	1	0
E5		1	0	1	0	0	1
E6		0	1	1	0	0	1
E7		1	0	0	1	0	1
E8		0	1	0	1	0	1

Tabla 3: La matriz de propiedades para el caso de las alfombrillas

Debido a que el estudio se llevo a cabo con productos existentes, para la simplificación de la aplicación, se seleccionaron tres propiedades importantes y que están asociados a los valores emocionales de las alfombrillas: Color, Textura y Forma de la alfombrilla. Del mercado se seleccionaron 21 alfombrillas y con ellas se construyó la matriz de propiedades que se muestra en la tabla 3. Los Kansei que se valoraron son: Moderno, Estético, Agradable, Elegante, Cómodo y Exclusivo.

La metodología Rough Sets utiliza los atributos de decisión en forma categórica, por esta razón se convirtieron en categorías las valoraciones numéricas. Según el criterio transformación: de 1 a menos de 3; categoría "0", 3 a menos de 5, categoría "1" y 5 o más categoría "2".

La tabla 4 muestra la matriz de propiedades de los ocho estímulos y las valoraciones numéricas convertidas a categorías. De esta forma se puede describir el modelo a través de la Tabla 10.4, donde los $m = 8$ estímulos, donde participan $n = 7$ evaluadores (consumidores), por lo tanto se tienen $N = n \times m = 56$ valoraciones, que determinan los eventos del universo U , el conjunto de de atributos los conforma las propiedades de los estímulos $A = \{color, textura, forma\} = \{a_1, a_2, a_3\}$ y los atributos de decisión d lo conforman las valoraciones Kansei categorizadas definiendo las

clases $D = \{D_1, D_2, D_3\} = \{1, 2, 3\}$. Con esta tabla se hacen las estimaciones de las probabilidades a priori y condicionadas.

Estímulos	Atributos condicionales propiedades			Valoración Kansei "Moderno"	Atributos de decisión d
	Color a1	Textura a2	Forma a3		
E1	0	0	0	4,0	1
	0	0	0	3,0	0
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	0	0	0	7,0	2
E2	1	0	0	2,7	0
	1	0	0	2,4	0
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	1	0	0	7,0	2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
E8	1	1	1	2,7	0
	1	1	1	3,0	0
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	1	1	1	7,0	2

Tabla 4: Matriz de propiedades y de valoración Kansei “Moderno” expresada en forma categórica para el caso de las alfombrillas

Una vez se han estimado las probabilidades marginales $P(D_j)$ y las condicionales $P(D_j / E_i)$, y a partir de ellas se define la región positiva como $POS^\beta(D_j) = \bigcup \{E_i; g(i, j) \geq \beta\} = \bigcup \{E_i; P(D_j / E_i) \geq P(D_i) / (1 - \beta)\}$ usando la ganancia de de información con el parámetro β , de esta forma $u_j = P(D_j) / (1 - \beta)$, calculada en la tabla 5, usando un valor de $\beta = 0.8$.

Estímulos	Atributos de decisión d		
	0	1	2
E1	0,285	0,571	0,142
E2	0,570	0,142	0,285
E3	0,142	0,858	0,000
E4	0,571	0,429	0,000
E5	0,000	0,285	0,715
E6	0,000	1,000	0,000
E7	0,285	0,000	0,715
E8	0,429	0,285	0,285
P(Dj)	0,320	0,410	0,270
uj	0,400	0,513	0,338

Tabla 5: Cálculo de probabilidades marginales y a priori

Las regiones positivas para cada valor de atributo de decisión Kansei son definidas a partir de la comparación de $P(D_i)$ y u_j . La tabla 6 muestra los conjuntos positivos para cada valor de atributo d .

Estimulo	POS(D0)	POS(D1)	POS(D2)
E1		**	
E2	**		
E3		**	
E4	**		
E5			**
E6		**	
E7			**
E8	**		

$$POS^{0.8}(D_0) = E_2 \cup E_4 \cup E_8$$

$$POS^{0.8}(D_1) = E_1 \cup E_3 \cup E_6$$

$$POS^{0.8}(D_2) = E_5 \cup E_7$$

Tabla 6: Construcción de los conjuntos positivos $POS^\beta(D_j)$

La matriz de conjuntos positivos $POS^\beta(D_j)$ permite definir simultáneamente los conjuntos no positivos que es la unión de los conjuntos negativos $NEG^\beta(D_j)$ y los conjuntos frontera $BND^\beta(D_j)$, en la tabla 6 corresponden a los conjuntos (estímulos) que no tiene doble asterisco. Con esta información se puede extraer las reglas de decisión, en dos pasos:

- **Primer paso:** se construye la matriz de decisión, donde se compara la relación entre $a_k(E_i) \neq a_k(E_j)$ con la cual se determina el valor de la categoría como se identifica cada atributo (propiedad) en este caso son "0" o "1". La tabla 7 muestra un trozo de la matriz de decisión
- **Segundo paso:** Se obtienen todas posibles reglas de decisión, la matriz de decisión permite obtenerlas usando la regla decisión IF-THEN, en la tabla 8 se muestra en este caso todas las posibles reglas decisión para el Kansei "Moderno"

E_i	E_j	a1	a2	a3	d
E2	E1	1			0
	E3	1	0		0
	E5	1		0	0
	E6			0	0
	E7	1	0	0	0
E4	E1	1	1		0
	E3	1			0
	E5	1	1	0	0
	E6		1	0	0
	E7	1		0	0
E8	E1	1	1	1	0
	E3	1		1	0
	E5	1	1		0
	E6				0

Tabla 7: Matriz de decisión para el Kansei "Moderno"

Reglas	Conjuntos definidos	REGLAS			d	CER	PRE	CAL
		a1	a2	a3				
r1	E2	1	0	0	0	0,57	0,22	0,07
r2	E4	1	0	0	0	0,57	0,22	0,07
r3	E8	1	1	1	0	0,43	0,17	0,05
r4	E2,E4	1		0	0	0,57	0,44	0,14
r5	E2,E8	1			0	0,5	0,39	0,125
r6	E4,E8	1	1	0	0	0,5	0,39	0,125
r7	E2,E4,E8	1			0	0,52	0,61	0,2
r8	E1	0	0	0	1	0,57	0,17	0,07
r9	E3	0	1	0	1	0,85	0,26	0,11
r10	E6	1	0	1	1	1	0,3	0,125
r11	E1,E3	0		0	1	0,71	0,43	0,18
r12	E1,E6				1			
r13	E3,E6				1			
r14	E1,E3,E6				1			
r15	E5	0	0	1	2	0,71	0,33	0,09
r16	E7	0	1	1	2	0,71	0,33	0,09
r17	E5,E7	0		1	2	0,71	0,67	0,19

Tabla 8: Reglas de decisión extraídas para el caso del Kansei “Moderno”

Uno de los problemas que se tiene al extraer todas las posibles reglas de decisión, es que el número crece exponencialmente, cuando aumenta el número de atributos (propiedades) y aumenta el número de productos (estímulos), para reducir este número se han desarrollado algoritmos a través de lo que se ha llamado los reductos, que no se describirán aquí.

Una vez se han definido todas las reglas de decisión se calculan los estadísticos de desempeño:

- **Índice de certidumbre:** $CER = cer(Cond_k, D_j)$, es el número de eventos que satisfacen la regla de decisión con respecto al número de eventos que satisfacen la $cond_k$ (ecuación 9.16)
- **Índice de precisión (cobertura):** $PRE = cov(Cond_k, D_j)$, es la razón del número de eventos que satisfacen la regla de decisión con respecto al número de eventos que satisfacen a D_k . (ecuación 9.17).
- **Índice de Calidad (fuerza):** $CAL = \sigma(Cond_k, D_j)$ es la razón del número de eventos que satisfacen la decisión con respecto a todos los eventos (ecuación 9.18).

Los estadísticos de desempeño sirven para establecer cual de todas las reglas de decisión tiene una mayor grado de certidumbre, mayor precisión y una mayor calidad de precisión. En la tabla 9

muestra las reglas extraídas de la matriz de decisión, pero expresadas explícitamente en términos de las propiedades y las categorías (ítems) correspondientes, también se les ha agregado los estadísticos de desempeño. Se selecciona la regla óptima teniendo en cuenta la mayor valoración (categoría 2 en los atributos de decisión) lo cual significa mayor nivel de emocionalidad, además los estadísticos deben ser los mayores posibles, si todos son iguales uno significa que la regla es determinística. En este caso el color oscuro y la forma irregular generan un alto nivel de Kansei “Moderno”.

Valoración Kansei	REGLA	CER	PRE	CAL
2	● (COLOR=Oscuro) & (FORMA=Irregular)	1	1	0,25
	● (COLOR=Oscuro) & (TEXTURA=Media) & (FORMA=Irregular)	1	0,5	0,125
	● (COLOR=Oscuro) & (TEXTURA=Suave) & (FORMA=Irregular)	1	0,5	0,125
1	● (TEXTURA=Suave)	0,9	0,47	0,225
	● (COLOR=Claro) & (TEXTURA=Suave) & (FORMA=Irregular)	1	0,26	0,125
	● (COLOR=Oscuro) & (TEXTURA=Suave) & (FORMA=Geometrica)	0,8	0,21	0,1
0	● (TEXTURA=Media)	0,666	0,09	0,25
	● (FORMA=Geometrica)	0,733	1	0,275
	● (COLOR=Claro) & (TEXTURA=Media)	0,6	0,54	0,15
	● (TEXTURA=Media)	0,7	0,63	0,175
	● (TEXTURA=Media) & (FORMA=Geometrica)	0,7	0,63	0,175
	● (COLOR=Claro)	0,7	0,63	0,175
	● (COLOR=Claro) & (FORMA=Geometrica)	0,7	0,63	0,175
	● (FORMA=Geometrica)	0,8	0,72	0,2
	● (COLOR=Claro) & (TEXTURA=Media) & (FORMA=Irregular)	0,6	0,27	0,075
	● (COLOR=Claro) & (TEXTURA=Media) & (FORMA=Geometrica)	0,6	0,27	0,075
	● (COLOR=Oscuro) & (TEXTURA=Media) & (FORMA=Geometrica)	0,8	0,36	0,1
	● (COLOR=Claro) & (TEXTURA=Suave) & (FORMA=Geometrica)	0,8	0,36	0,1

Tabla 9: Reglas de decisión expresadas en términos de las propiedades extraídas para el caso del Kansei “Moderno”

Los resultados finales, se expresan en términos de los estadísticos de desempeño. La tabla 10 muestra las reglas de decisión óptimas (maximiza los estadísticos) para cada Kansei. Las reglas suministran las propiedades y categorías que aportan positivamente a cada Kansei. En este caso el Kansei “agradable” no es afectado significativamente por el espacio de propiedades.

KANSEI	REGLA DE DECISION	CER	PRE	CAL
MODERNO	(COLOR=Claro) & (FORMA=Geometrica)	1,00	1,00	0,25
ESTETICO	(COLOR=Oscuro) & (TEXTURA=Suave)	1,00	0,67	0,25
AGRADABLE	(TEXTURA=Suave)	0,71	0,59	0,25
ELEGANTE	(FORMA=Geometrica)	1,00	1,00	0,28
COMODO	(TEXTURA=Suave)	1,00	0,86	0,85
EXCLUSIVO	(COLOR=Claro) & (FORMA=Geometrica)	1,00	1,00	0,50

Tabla 10: Reglas de decisión óptimas para todos los Kansei

Finalmente, la tabla 11 muestra los resultados del análisis usando la metodología de la regresión QT1, como se explica en Alvarez (2006), se puede observar que el resultado es el mismo.

KANSEI	R2	PROPIEDAD	CCP	CATEGORIA	SC
MODERNO	94.1	COLOR	0.95	Claro	0,38
				Oscuro	-0,38
		TEXTURA	0.08	Medio	-0,01
				Suave	0,01
		FORMA	0.93	Irregular	-0,30
				Geométrico	0,30
ESTETICO	93.7	COLOR	0.95	Claro	-0,38
				Oscuro	0,38
		TEXTURA	0.92	Medio	-0,30
				Suave	0,30
		FORMA	0.09	Irregular	-0,06
				Geométrico	0,06
AGRADABLE	8.8	COLOR	0.09	Claro	-0,04
				Oscuro	0,04
		TEXTURA	0.27	Medio	-0,13
				Suave	0,13
		FORMA	0.11	Irregular	-0,05
				Geométrico	0,05
ELEGANTE	88.0	COLOR	0.22	Claro	0,04
				Oscuro	-0,04
		TEXTURA	0.26	Medio	-0,05
				Suave	0,05
		FORMA	0.94	Irregular	-0,47
				Geométrico	0,47
COMODO	84.9	COLOR	0.08	Claro	0,01
				Oscuro	-0,01
		TEXTURA	0.92	Medio	-0,46
				Suave	0,46
		FORMA	0.04	Irregular	0,01
				Geométrico	-0,01
EXCLUSIVO	94,1	COLOR	0.95	Claro	0,38
				Oscuro	-0,38
		TEXTURA	0.08	Medio	-0,01
				Suave	0,01
		FORMA	0.93	Irregular	-0,30
				Geométrico	0,30

Tabla 11: Resultados del modelo de síntesis usando la regresión QT1.

Bibliografía

- Alvarez H. (2006) “El proceso de síntesis en estudio de Ingeniería Kansei” Apsoluti. Spain. <http://www.ingenieria-kansei.com/papersintesis.pdf>
- Alvarez H. (2009) “Análisis de valoraciones atípicas en los estudios de Ingeniería Kansei: Consideraciones estadísticas y prácticas” Tesis Doctoral. Departamento de Estadística e Investigación Operativa. Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona. España.
- Greco, S. Matarazzo B. and Slowinski R. (2001). “Rough Sets Theory for multicriteria decision analysis” *European Journal of Operational Research*. No 129. Pp: 1-47.
- Nagamachi M (2006) “Kansei Engineering and Rough Sets Model” LNAI4259. Springer. pp 27-37.
- Nagamachi M, Nishino T and Okuo H (2007) “An application of kansei Engineering and Rough Set Model to designing a comprehensive ball pen” Proc. Of the QMOD 2007
- Nagamachi M., Satsua R., Uematsu M y Sugihara S (2007) Design of a car floor carpet using Kansei Engineering approach. *1st European Conference on Affective Design and Kansei Engineering*. Lund University & Linköping University
- Nishino T, Namagachi M and Tanaka H (2006b) “Variable Precision Bayesian Rough Sets Model and Its Application to Kansei Engineering” *Transactions on Rough Sets V (International Journal of Rough Set Society)*, LNCS 4100 Springer, 190-206.
- Nishino, T., Sakawa, M., Nagamachi, M., Kato, K. and Tanaka, H. (2006 d) A Comparative Study on Approximations of Decision Class and Rule Acquisition by Rough Sets Model: An application to the Design of Children Shoes, *Kansei Engineering International*, Vol. 5, No.4, 51-60.
- Pawlak, K. (1982). “Rough Sets” *International Journal of Computer and Information Sciences*. Vol 11, pp: 341-356.
- Pawlak, Z. (1991) *Rough Sets: Theoretical Aspects of Reasoning about Data* Kluwer Academic Publishers. Hetherlands.
- Pawlak, Z. (1999) “Decision rules, Bayes’ rule and Rough Sets”, RSFDGrC 1999, LNAI 1711, Springer Verlag (1999), pp: 1-9.
- Pawlak, Z. and Slowiński R. (1994). “Decision analysis using rough sets”. *International Transactions in Operational Research*. Vol 1 No 1, pp:107-114.
- Pawlak Z. y Skowron A. (2007) “Rudiments of Rough Sets” *Information Sciences*. Vol 177, pp: 3-27.
- Ślęzak, D.(2005) “Rough Sets and Bayes factors” J.F. Peters and A. Skowron (Eds.). *Transactions on Rough Set III*, LNCS 3400, pp: 202-229. Springer-Verlag Berlin Heidelberg
- Ślęzak, D. and Ziarko, W. (2003). “Variable Precision Bayesian Rough Set Model”, G. Wang et al. (Eds.): RSFDGrC 2003, LNAI 2639. pp: 312-315. Springer-Verlag Berlin Heidelberg
- Slowinski, R. y Stefanowski R. (1993). “Decision Analysis using Rough Sets” *ICS Research Report No 21*. Institute of Computer Science, Warsaw University of Technology, Warsaw. Poland.
- Ziarko, W.(1993). “Variable Precision Rough Set Model” *Journal of Computer and System Sciences*, Vol. 46 (1993) 39-59.
- Ziarko, W. and Xiao X. (2004). “Computing Minimal Probabilistic Rules from Probabilistic Decision Tables: Decision Matrix Approach”. J. Favela et al. (Eds.): AWIC 2004, LNAI 3034, pp. 84–94. Springer-Verlag Berlin Heidelberg

